

آموزش DEA

(تحليل پوشش داده‌ها)

به همراه مثال

softgostar.com

صورت مساله:

شرکتی ۵ رستوران را اداره می کند. داده های رستوران عبارتند از ساعات عملیات هفتگی، تعداد کارکنان تمام وقت و هزینه های هفتگی ملزومات. ستاده ها عبارتند از متوسط سود هفتگی، سهم بازار و نرخ رشد سالانه.

داده ها

رستوران	ساعات عملیات	تعداد کارکنان تمام وقت	هزینه ملزومات (هزار ریال)
A	96	16	850
B	110	22	1400
C	100	18	1200
D	125	25	1500
E	120	24	1600

ستاده ها

رستوران	سود هفتگی (هزار ریال)	سهم بازار (%)	نرخ رشد (%)
A	3800	25	8
B	4600	32	8.5
C	4400	35	8
D	6500	30	10
E	6000	28	9

این مثال با فرض بازده ثابت نسبت به مقیاس به صورت ورودی محور حل شده است:

تحلیل جواب های نرم افزار:

❖ کارایی

کارایی به صورت زیر است:

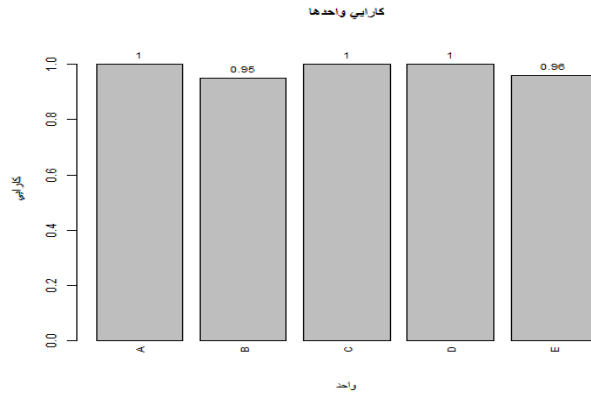
واحد (رستوران)	میزان کارایی	نوع کارایی
A	1	کارایی پارانو
B	0.954	ناکارا
C	1	کارایی پارانو
D	1	کارایی پارانو
E	0.964	ناکارا

همان گونه از جدول ۱ مشخص است رستوران های CA و D کارا هستند.

رستوران های B و E هم ناکارا هستند و به ترتیب کارایی آن ها برابر ۰.۹۵۴ و ۰.۹۶۴ است.

- ✓ توجه شود که اگر کارایی واحدی کمتر از ۱ باشد ناکاراست.
- ✓ اگر کارایی واحدی برابر ۱ بوده و کمبودی در خروجی و مازادی در ورودی نداشته باشد کارای پاراتو است.
- ✓ اگر کارایی واحدی برابر ۱ بوده و کمبودی در خروجی یا مازادی در ورودی داشته باشد کارای ضعیف است.

شکل زیر هم کارایی واحدها را نشان می دهد:



گروه های مرجع واحدها (رستورانها) را در جدول زیر می توانید مشاهده کنید:

peer3	peer2	peer1	
-	-	1	A
4	3	1	B
-	-	3	C
-	-	4	D
-	4	3	E

Peer: مرجع

با توجه به جدول فوق مرجع هر رستوران به صورت زیر است:

- مرجع رستوران A، واحد ۱ (خود رستوران A) است.
- مرجع رستوران B، واحدهای ۱، ۳ و ۴ (رستوران های CA و D) است.
- مرجع رستوران C، واحد ۳ (رستوران C) است.
- مرجع رستوران D، واحد ۴ (رستوران D) است.
- مرجع رستوران E، واحدهای ۳ و ۴ (رستوران های C و D) است.
- با توجه به اینکه رستوران های A، C، D کارای پاراتو هستند مرجع خود نیز می باشند.

تفسیر جدول فوق بدین صورت است که مثلاً مدیر رستوران E برای رسیدن به کارایی می تواند از رستوران های C و D الگو بگیرد.

❖ تعداد مرجع شدن

تعداد مرجع شدن واحدها در جدول زیر قابل مشاهده است:

نام واحد	تعداد مرجع شدن
1	2
3	3
4	3

جدول فوق به ما می گوید که:

- واحد ۱ (رستوران A) دو بار مرجع واحدها شده است.
- واحد ۳ (رستوران C) ۳ بار مرجع واحدها شده است.
- واحد ۴ (رستوران D) ۳ بار مرجع واحدها شده است.

- ✓ واحدهای ۲ و ۵ (رستوران های B و E) به دلیل ناکارایی مرجع نشده اند.
- ✓ این محاسبات را می توان از با شمردن واحدهای مرجع جدول مرحله قبل هم به دست آورد.

❖ λ (لاندا، یا همان وزن مرجع)

جدول زیر مقادیر λ (لاندا، یا همان وزن مرجع) را نشان می دهد:

مقادیر لاندا

E	D	C	B	A	
0	0	0	0	1	A
0	0.129	0.56	0	0.341	B
0	0	1	0	0	C
0	1	0	0	0	D
0	0.909	0.021	0	0	E

تفسیر جدول فوق بدین صورت است که مثلاً رستوران B برای رسیدن به مرز کارایی باید از ترکیب گروه مرجع خود(رستوران C، A و D) استفاده کند. بدین صورت:

$$\begin{aligned} & \text{ساعات عملیات رستوران B در شرایط کارا} = \\ & 0.341 \times (\text{ساعات عملیات رستوران A}) + 0.56 \times (\text{ساعات عملیات رستوران C}) + 0.129 \times (\text{ساعات عملیات رستوران D}) \\ & 104.861 = (125) \times 0.129 + (100) \times 0.56 + (96) \times 0.341 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{تعداد کارکنان تمام وقت رستوران B در شرایط کارا} = \\ & 0.341 \times (\text{تعداد کارکنان تمام وقت رستوران A}) + 0.56 \times (\text{تعداد کارکنان تمام وقت رستوران C}) + 0.129 \times (\text{تعداد کارکنان تمام وقت رستوران D}) \\ & 18.76 = (25) \times 0.129 + (18) \times 0.56 + (16) \times 0.341 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{هزینه ملزومات رستوران B در شرایط کارا} = \\ & 0.341 \times (\text{هزینه ملزومات رستوران A}) + 0.56 \times (\text{هزینه ملزومات رستوران C}) + 0.129 \times (\text{هزینه ملزومات رستوران D}) \\ & 1155.35 = (1500) \times 0.129 + (1200) \times 0.56 + (850) \times 0.341 \end{aligned}$$

این محاسبات را می توان برای تمام ورودی ها و خروجی ها انجام داد.

❖ وزن ها (متغیرهای مدل اولیه)

جداول زیر مقدار متغیرهای مدل اولیه (مضریبی) که همان V (ضرایب ورودی) و U (ضرایب خروجی) هستند را نشان می دهد:

وزن ورودی ها (مقادیر V)

V3	V2	V1	
0	0.062	0	A
0	0	0.009	B
0.001	0.002	0	C
0	0.04	0	D
0	0	0.008	E

وزن خروجی ها (مقادیر U)

U3	U2	U1	
0.034	0.002	0	A
0.09	0.002	0	B
0	0.029	0	C
0	0	0	D
0	0.009	0	E

اگر مدل اولیه $CF S$ ورودی محور به صورت زیر باشد:

فرمول ۱-

$$\begin{aligned} \text{MAX } Z &= \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\ \mathcal{S}: \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0 \\ u_r, v_i &\geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{aligned}$$

مقادیر U و V در جدول بالا آمده است.

❖ مازاد ورودی و کمبود خروجی

میزان مازاد ورودی (SX) واحدها را می توانید در جدول زیر مشاهده کنید:

sx3	sx2	sx1	
0	0	0	A
179.189	2.21	0	B
0	0	0	C
0	0	0	D
154.276	0.042	0	E

Sx1: میزان مازاد ورودی ۱، Sx2: میزان مازاد ورودی ۲، Sx3: میزان مازاد ورودی ۳.

میزان کمبود خروجی (Sy) واحدها را می توانید در جدول زیر مشاهده کنید:

sy3	sy2	sy1	
0	0	0	A
0	0	0	B
0	0	0	C
0	0	0	D
0.257	0	0	E

Sy1: میزان مازاد خروجی ۱، Sy2: میزان مازاد خروجی ۲، Sy3: میزان مازاد خروجی ۳.

- ✓ از مقادیر کمبود و مازاد می توان در تشخیص واحدهای کارای ضعیف یا پاراتو بودن و همچنین در محاسبه مقادیر بهینه ورودی ها و خروجی ها استفاده کرد.
- ✓ اگر واحدی دارای کارایی ۱ باشد و دارای کمبود مازاد ورودی یا کمبود خروجی باشد، آن واحد " کارای ضعیف " است.

❖ مقادیر بهینه (مطلوب)

مقادیر ورودی و خروجی و مقادیر مطلوب آن ها در جداول زیر آمده است:

جدول زیر مقادیر واقعی ورودی ها را نشان می دهد:

مقادیر واقعی واحدها (ورودی ها)

رستوران	ساعات عملیات	تعداد کارکنان تمام وقت	هزینه ملزومات (هزار ریال)
A	96	16	850
B	110	22	1400
C	100	18	1200
D	125	25	1500
E	120	24	1600

جدول زیر مقادیر مطلوب ورودی ها را نشان می دهد:

مقادیر مطلوب واحدها (ورودی ها)

رستوران	ساعات عملیات	تعداد کارکنان تمام وقت	هزینه ملزومات (هزار ریال)
A	96	16	850
B	104.887	18.767	1155.736
C	100	18	1200
D	125	25	1500
E	115.707	23.099	1388.482

جدول زیر مقادیر واقعی خروجی ها را نشان می دهد:

مقادیر واقعی واحدها (خروجی ها)

رستوران	سود هفتگی (هزار ریال)	سهم بازار (%)	نرخ رشد (%)
A	3800	25	8
B	4600	32	8.5
C	4400	35	8
D	6500	30	10
E	6000	28	9

جدول زیر مقادیر مطلوب خروجی ها را نشان می دهد:

مقادیر مطلوب واحدها (خروجی ها)

رستوران	سود هفتگی (هزار ریال)	سهم بازار (%)	نرخ رشد (%)
A	3800	25	8
B	4600	32	8.5
C	4400	35	8
D	6500	30	10
E	6000	28	9.257

✓ اگر ورودی ها و خروجی ها به مقدار مطلوب برسند تبدیل به واحد کارای پاراتو می شوند.
 ✓ با توجه به رویکرد ورودی محور:

به طور مثال رستوران E اگر ساعات عملیات خود را از ۱۲۰ به ۱۱۵.۷، تعداد کارکنان را از ۲۴ به ۲۳ و هزینه ملزومات را از ۱۶۰۰ به ۱۳۸۸.۴ برساند با همان سطح خروجی تبدیل به واحد کارا می شود.

اگر از دید خروجی به قضیه نگاه کنیم، رستوران E با همان سطح ورودی و برای رسیدن به کارایی فعلی (۰.۹۶۴) می تواند

نرخ رشد خود را از ۹ به ۹.۲ برساند (البته سایر خروجی ها تفاوتی ندارد)

✓ توجه شود اختلاف مقدار جزئی که بین مقادیر مطلوب (ورودی) این قسمت و مقادیر مطلوب محاسبه شده در قسمت لاند است به دلیل روند کردن اعداد است.

❖ متغیرهای کمکی

در جدول زیر مقادیر متغیرهای کمکی و مصنوعی مدل اولیه را می توان مشاهده کرد:

رستوران	محدودیت 1	محدودیت 2	محدودیت 3	محدودیت 4	محدودیت 5	محدودیت 6
A	0	0	0.202	0	0	0.065
B	0	0	0.046	0	0	0.062
C	0	0	0.254	0	0.397	0.533
D	0	0.055	0.172	0.043	0	0.037
E	0	0.126	0.086	0	0	0.036

مقدار محدودیت ۱ در این جدول همان مقدار متغیر مصنوعی است.

به طور مثال مدل اولیه برای رستوران A با توجه به فرمول ۱ بدین صورت است:

$$\text{Max } Z = 3800u_1 + 25u_2 + 8u_3$$

St:

$$96v_1 + 16v_2 + 850v_3 = 1$$

محدودیت 1

$$3800u_1 + 25u_2 + 8u_3 - 96v_1 - 16v_2 - 850v_3 \leq 0$$

محدودیت 2

$$4600u_1 + 32u_2 + 8.5u_3 - 110v_1 - 22v_2 - 14000v_3 \leq 0$$

محدودیت 3

$$4400u_1 + 35u_2 + 8u_3 - 100v_1 - 18v_2 - 12000v_3 \leq 0$$

محدودیت 4

$$6500u_1 + 30u_2 + 10u_3 - 125v_1 - 25v_2 - 15000v_3 \leq 0$$

محدودیت 5

$$6000u_1 + 28u_2 + 9u_3 - 120v_1 - 24v_2 - 16000v_3 \leq 0$$

محدودیت 6

$$u_1, u_2, u_3, v_1, v_2, v_3 \geq 0$$

مقادیر کمکی و مصنوعی هر یک از محدودیت ها برای هر واحد در جداول فوق آمده است.