این فایل حاوی انواع فرمول های DEA است

بازده ثابت نسبت به مقیاس - ورودی محور - مدل اولیه(مضربی):

$$MAX Z\_{0}=\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}$$

*St:*

$$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}=1$$

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rj}-\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq 0$ $(j=1,2,…,n)$

بازده ثابت نسبت به مقیاس - ورودی محور - مدل ثانویه(پوششی):

$$Min Y\_{0}=θ$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}y\_{rj}\geq y\_{r0}$  *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}\leq θx\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$λ\_{j}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$ *(j=1,2,…,n)*

m تعداد ورودی، s تعداد خروجی و n تعداد واحد است.

بازده ثابت نسبت به مقیاس - ورودی محور - مدل اولیه اصلاح شده

در مدل مضربی CCR، متغیرهای $u\_{r}$ و $v\_{i}$ متغیرهای غیرمنفی(از نوع بزرگتر مساوی صفر) هستند واین امکان وجود دارد که مقدار یکی از متغیرها صفر شود. مثلا اگر جواب بهینه یک مدل CCR عبارت از $u\_{1}^{\*}=2$، $v\_{2}^{\*}=\frac{3}{2}$ و $v\_{1}^{\*}=0$ باشد، وجود $v\_{1}^{\*}=0$ موجب می­شود که ورودی اول در تعیین کارایی مورد توجه قرار نگیرد و در محاسبات حذف شود. برای رفع این مشکل در سال 1979 یک سال بعد از انتشار مقاله چارنز، کوپر و رودز پیشنهاد شده که مقدار متغیرهای تصمیم مدل $(v\_{i},u\_{r})$ *از مقدار بسیار کوچکی مثل* $ε$ *بزرگتر در نظر گرفته شود و مدل به صورت زیر اصلاح شد:*

$$MAX Z\_{0}=\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}$$

*St:*

$$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}=1$$

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rj}-\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq ε$ $(j=1,2,…,n)$

$ε$ یک مقدار بسیار کوچک است.

بازده ثابت نسبت به مقیاس - ورودی محور -مدل ثانویه(پوششی) اصلاح شده

$$Min Y\_{0}=θ-ε(\sum\_{r=1}^{s}s\_{r}^{+}+\sum\_{i=1}^{m}s\_{i}^{-})$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}y\_{rj}-s\_{r}^{+}=y\_{r0}$  *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}+s\_{i}^{-}=θx\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$λ\_{j},s\_{r}^{+},s\_{i}^{-}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$ *(j=1,2,…,n)*

متغیر کمکی $s\_{r}^{+}$ کمبود در میزان تولید برای خروجی مشخص شده r را نشان می­دهد و $s\_{r}^{-}$ متغیر کمکی دیگری است که میزان ورودی i استفاده شده از آن را بیان می کند.

بازده ثابت نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل اولیه(مضربی):

$$Min Z\_{0}=\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}$$

*St:*

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}=1$$

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rj}-\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq 0$ $(j=1,2,…,n)$

بازده ثابت نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل ثانویه(پوششی):

$$Max Y\_{0}=θ$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}y\_{rj}\geq θy\_{r0}$  *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}\leq x\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$λ\_{j}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$ *(j=1,2,…,n)*

m تعداد ورودی، s تعداد خروجی و n تعداد واحد است.

بازده ثابت نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل اولیه(مضربی) اصلاح شده

$$Min Z\_{0}=\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}$$

*St:*

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}=1$$

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rj}-\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq ε$ $(j=1,2,…,n)$ $(i=1,2,…,m)$

$ε$ یک مقدار بسیار کوچک است.

بازده ثابت نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل ثانویه(پوششی) اصلاح شده

$$Max Y\_{0}=θ-ε(\sum\_{r=1}^{s}s\_{r}^{+}+\sum\_{i=1}^{m}s\_{r}^{-})$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}y\_{rj}-s\_{r}^{+}=θy\_{r0}$  *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}+s\_{r}^{-}=x\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$λ\_{j},s\_{r}^{+},s\_{r}^{-}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$ *(j=1,2,…,n)*

بازده متغیر نسبت به مقیاس - ورودی محور - مدل اولیه(مضربی)

$$MAX Z\_{0}=\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}+w$$

*St:*

$$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}=1$$

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rj}-\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}+w\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq 0$ $(j=1,2,…,n)$

هرگاه $w<0$ باشد نوع بازده به مقیاس، کاهشی است.

هرگاه $w=0$ باشد نوع بازده به مقیاس، ثابت است.

هرگاه $w>0$ باشد نوع بازده به مقیاس، افزایشی است

بازده متغیر نسبت به مقیاس - ورودی محور - مدل ثانویه(پوششی)

$$Min Y\_{0}=θ$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}y\_{rj}\geq y\_{r0}$  *(r=1,2,…,s)*

$θx\_{i0}-\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}\geq 0$ *(i=1,2,…,m)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}=1$  *(j=1,2,…,n)*

$λ\_{j}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$

m تعداد ورودی، s تعداد خروجی و n تعداد واحد است.

بازده متغیر نسبت به مقیاس - ورودی محور - مدل اولیه(مضربی) اصلاح شده

$$MAX Z\_{0}=\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}+w$$

*St:*

$$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}=1$$

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rj}-\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}+w\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq ε$ $(j=1,2,…,n)$

بازده متغیر نسبت به مقیاس - ورودی محور - مدل ثانویه(پوششی) اصلاح شده

$$Min Y\_{0}=θ-\sum\_{r=1}^{s}εs\_{r}^{+}-\sum\_{i=1}^{m}εs\_{i}^{-})$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}y\_{rj}-s\_{r}^{+}=y\_{r0}$  *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij+}s\_{i}^{-}=θx\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}=1$  *(j=1,2,…,n)*

$λ\_{j},s\_{r}^{+},s\_{i}^{-}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$

بازده متغیر نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل اولیه(مضربی)

$$Min Z\_{0}=\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}+w$$

*St:*

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}=1$$

$$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}-\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{ij}+w\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq 0$ $(j=1,2,…,n)$

بازده متغیر نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل اولیه(مضربی) اصلاح شده

$$Min Z\_{0}=\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{i0}+w$$

*St:*

$$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{r0}=1$$

$$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}-\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{ij}+w\leq 0$$

$u\_{r},v\_{i}\geq ε$ $(j=1,2,…,n)$

بازده متغیر نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل ثانویه(پوششی)

$$Max z=θ$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}\geq x\_{i0}$  *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{rj}\geq θy\_{r0}$ *(i=1,2,…,m)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}=1$  *(j=1,2,…,n)*

$λ\_{j}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$

m تعداد ورودی، s تعداد خروجی و n تعداد واحد است.

بازده متغیر نسبت به مقیاس - خروجی محور - مدل ثانویه(پوششی) اصلاح شده

$$Max z=θ-(\sum\_{r=1}^{s}εs\_{r}^{+}+\sum\_{i=1}^{m}εs\_{i}^{-})$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}+s\_{i}^{-}=x\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{rj}-s\_{r}^{+}=θy\_{r0}$ *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}=1$  *(j=1,2,…,n)*

$λ\_{j},s\_{r}^{+},s\_{i}^{-}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$

مدل اولیه(فرم پوششی) مدل جمعی

$$Min Z\_{0}=-\sum\_{r=1}^{s}s\_{r}^{+}-\sum\_{i=1}^{m}s\_{i}^{-}$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{rj}-s\_{r}^{+}=y\_{r0}$ *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}+s\_{i}^{-}=x\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}=1$  *(j=1,2,…,n)*

$λ\_{j},s\_{r}^{+},s\_{i}^{-}\geq 0$

مدل ثانویه(مضربی) مدل جمعی

$$Max Y\_{0}=\sum\_{r=1}^{s}y\_{r0}u\_{r}-\sum\_{i=1}^{m}x\_{i0}v\_{i}+w$$

*St:*

$\sum\_{r=1}^{s}y\_{rj}u\_{r}-\sum\_{i=1}^{m}x\_{ij}v\_{i}+w$ *(j=1,2,…,n)*

$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}\geq 1$

$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}\geq 1$

$u\_{r},v\_{i}\geq 0$ آزاد در علامت $w$

مدل فوق کارا (اندرسون- پیترسون)- مدل اولیه(مضربی)

$$Max Z\_{k}=\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rk}$$

*St:*

$$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ik}=1$$

$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}y\_{rj}-\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}x\_{ij}\leq 0$ $(j=1,2,…,n)$ *, j≠k*

$u\_{r},v\_{i}\geq ε$

*K: واحدی تحت ارزیابی*

مدل فوق کارا (اندرسون- پیترسون)- مدل ثانویه(پوششی)

$$Min Y\_{0}=θ-(\sum\_{r=1}^{s}εs\_{r}^{+}+\sum\_{i=1}^{m}εs\_{i}^{-})$$

*St:*

$\sum\_{\begin{array}{c}j=1\\j\ne k\end{array}}^{n}λ\_{j}x\_{rj}+s\_{i}^{-}=θx\_{ik}$ *(i=1,2,…,m)*

$\sum\_{\begin{array}{c}j=1\\j\ne k\end{array}}^{n}λ\_{j}x\_{rj}-s\_{r}^{+}=y\_{rk}$ *(r=1,2,…,s)*

$λ\_{j},s\_{r}^{+},s\_{i}^{-}\geq 0$ آزاد در علامت $θ$

توجه شود در مدل BCC محدودیت$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}=1$ به محدودیت های فوق اضافه می­شود.