اگر از مدل جمعی استفاده کردید از این گزارش استفاده کنید

راهنما: قسمت های هایلایت شده با رنگ زرد را با مقادیر خروجی گرفته شده از نرم افزار جایگزین کنید

DEA با بهره­گیري از تکنیک برنامه­ریزي خطی و بهینه­سازي، جهت تعیین کارایی هر واحد استفاده و به منظور هدف­گذاري در افزایش کارایی براي هر یک از واحدها، یک مجموعه مرجع براي واحد ناکارا تعیین و کارایی واحدهاي مختلف را نسبت به مرز کارایی مقایسه می­نماید.

در مدل­های ورودی ­محور در حالی­که میزان خروجی­ها را در سطح داده شده حفظ می­کند، به طور متناسب و در حد امکان نسبت به کاهش میزان ورودی­ها اقدام می­کند و برعکس، در مدل­های خروجی­محور با حفظ میزان ورودی به طور متناسب خروجی­ها را افزایش می­دهد. "مدل جمعی"، مدلی است که همزمان کاهش ورودی­ها و افزایش خروجی­ها را مورد توجه قرار می­دهد. مسئله اولیه و ثانویه مدل جمعی به صورت زیر است:

مدل اولیه:

$$Min Z\_{0}=-\sum\_{r=1}^{s}s\_{r}^{+}-\sum\_{i=1}^{m}s\_{i}^{-}$$

*St:*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{rj}-s\_{r}^{+}=y\_{r0}$ *(r=1,2,…,s)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}x\_{ij}+s\_{i}^{-}=x\_{i0}$ *(i=1,2,…,m)*

$\sum\_{j=1}^{n}λ\_{j}=1$  *(j=1,2,…,n)*

$λ\_{j},s\_{r}^{+},s\_{i}^{-}\geq 0$

مدل ثانویه:

$$Max Y\_{0}=\sum\_{r=1}^{s}y\_{r0}u\_{r}-\sum\_{i=1}^{m}x\_{i0}v\_{i}+w$$

*St:*

$\sum\_{r=1}^{s}y\_{rj}u\_{r}-\sum\_{i=1}^{m}x\_{ij}v\_{i}+w$ *(j=1,2,…,n)*

$\sum\_{r=1}^{s}u\_{r}\geq 1$

$\sum\_{i=1}^{m}v\_{i}\geq 1$

$u\_{r},v\_{i}\geq 0$ آزاد در علامت $w$

مدل اولیه، مدل پوششی و مدل ثانویه مدل مضربی نامیده می­شود.

در مدل اولیه، $s\_{r}^{+}$ متغیرهای کمکی مربوط به محدودیت r ام خروجی و $s\_{i}^{-}$ متغیر کمکی مربوط به محدودیت iام ورودی را بیان می­دارد. واحد تحت بررسی وقتی کاراست که $Z\_{0}^{\*}=0$ و یا به عبارت دیگر مقدار تمامی متغیرهای کمکی در جواب بهینه صفر شود. یک واحد وقتی ناکارا می­شود که متغیرهای کمکی غیرصفر شوند. متغیرهای کمکی بیانگر منابع یا میزان ناکارایی در ورودی­ها و خروجی­های متناظر با محدودیت آن­هاست.

**مشخصات پروژه**

در این تحقیق A واحد تصمیم­گیری، با توجه به B ورودی و C خروجی بر اساس تحلیل پوششی داده­ها از نوع جمعی مورد بررسی قرار گرفتند. مدل به کار رفته در این تحقیق، مدل D می­باشد.

A: تعداد واحد تصمیم گیری:B تعداد ورودی­ها:C تعداد خروجی­ها :D مدل

**مقادیر هدف**

مقادیر تابع با توجه به مدل تعریف شده در جدول زیر آمده است. توجه شود که مقادیر صفر نشان­دهنده واحدهای کارا می­باشد.

محل قرارگیری جدول هدف

**مجموعه مرجع**

 گروه مرجع واحدهای کارایی هستند که الگوی بعضی از واحدهای دیگر هستند. جدول زیر گروه­های مرجع را نشان می دهد.

محل قرارگیری جدول واحدهای مرجع

هم­چنین جدول زیر نشان می دهد که هر واحد مرجع چند بار تکرار شده است.

محل قرارگیری جدول تعداد مرجع شدن

$λ$ **(وزن واحدهای مرجع)**

اگر مقدار ورودی­ها یا خروجی­ها را به نحوی تغییر دهیم که واحد مورد بررسی روی مرز کارایی قرار گیرد (به عبارتی کارایی آن برابر 1 شود) به واحد فرضی که روی مرز کارایی است واحد مجازی گفته می­شود. $λ$ ترکیبی از واحدهای مرجع را نشان می دهد که برای ساخت واحد مجازیِ هر واحد به کار می­رود. مقادیر $λ$ در جدول زیر آمده است.

محل قرارگیری جدول $λ$

**مازاد ورودی­ها و کمبود خروجی­ها**

مقادیر مازاد ورودی و کمبود خروجی مربوط به هر واحد به ترتیب در جداول زیر آمده است.

محل قرارگیری جدول وزن ورودی ها (مقادیرv)

محل قرارگیری جدول وزن خروجی ها(مقادیرu)

**مقادیر مطلوب**

مقادیر مطلوب همان مقادیر بهینه ورودی ها و خروجی ها هستند. جداول زیر به ترتیب مقادیر واقعی ورودی ها و مقادیر بهینه (هدف) آن­ها را نشان می دهد.

محل قرارگیری جدول مقادیر واقعی ورودی­ها

محل قرارگیری جدول مقادیر هدف ورودی­ها

مقادیر واقعی و بهینه خروجی­ها به ترتیب در جداول زیر آمده است.

محل قرارگیری جدول مقادیر واقعی خروجی­ها

محل قرارگیری جدول مقادیر هدف خروجی­ها